ĐẠI HỌC THÁI NGHUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NÔNG THỊ HIỆU

PHƯƠNG PHÁP HIỆU CHỈNH TÌM ĐIỂM BẤT ĐỘNG CHUNG CỦA NỬA NHÓM KHÔNG GIÃN TRONG KHÔNG GIAN HILBERT

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2018

ĐẠI HỌC THÁI NGHUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NÔNG THỊ HIỆU

PHƯƠNG PHÁP HIỆU CHỈNH TÌM ĐIỂM BẤT ĐỘNG CHUNG CỦA NỬA NHÓM KHÔNG GIÃN TRONG KHÔNG GIAN HILBERT

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 8 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

GIÁO VIÊN HƯỚNG DẪN
TS. PHẠM THANH HIẾU

THÁI NGUYÊN - 2018

Mục lục

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học–Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn tận tình của TS. Phạm Thanh Hiếu. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới cô.

Trong quá trình học tập và nghiên cứu tại trường Đại học Khoa học–Đại học Thái Nguyên tác giả luôn nhận được sự quan tâm giúp đỡ và động viên của các thầy cô giáo của khoa Toán–Tin và các thầy cô giáo trong trường. Tác giả xin bày tỏ lời trân trọng cảm ơn tới các thầy cô.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu trường Trung học phổ thông Hà Quảng - Hà quảng - Cao Bằng và các anh chị em đồng nghiệp đã tạo điều kiện tốt nhất cho tác giả trong thời gian đi học Cao học.

Xin cảm ơn các anh chị em học viên lớp cao học K10A và bạn bè đồng nghiệp đã trao đổi, động viên và khích lệ tác giả trong quá trình học tập và làm luận văn tại trường Đại học Khoa học–Đại học Thái Nguyên.

Một số ký hiệu và viết tắt

X	không gian Banach
X^*	không gian đối ngẫu của X
θ	phần tử không của không gian Banach X
$\mathbb{R}$	tập hợp các số thực
$\mathbb{R}^+$	tập các số thực không âm
$\cap$	phép giao
$\inf M$	cận dưới đúng của tập hợp số M
$\sup M$	cận trên đúng của tập hợp số M
$\max M$	số lớn nhất trong tập hợp số M
$\min M$	số nhỏ nhất trong tập hợp số M
$\operatorname{argmin}_{x\in X} F(x)$	tập các điểm cực tiểu của hàm F trên X
$\emptyset$	tập rỗng
$\forall x$	với mọi x
$D(A)$	miền xác định của toán tử A
$R(A)$	miền ảnh của toán tử A
A^{-1}	toán tử ngược của toán tử A
I	toán tử đồng nhất

$L^p(\Omega)$	không gian các hàm khả tích bậc p trên Ω
l^p	không gian các dãy số khả tổng bậc p
$d(x, M)$	khoảng cách từ phần tử x đến tập hợp M
$\limsup\limits_{n\to\infty} x_n$	giới hạn trên của dãy số $\{x_n\}$
$\liminf\limits_{n\to\infty} x_n$	giới hạn dưới của dãy số $\{x_n\}$
$\alpha_n \searrow \alpha_0$	dãy số thực $\{\alpha_n\}$ hội tụ giảm về α_0
$x_n \longrightarrow x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ mạnh về x_0
$x_n \rightharpoonup x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ yếu về x_0
J	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc
j	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc đơn trị
$Fix(T)$ hoặc $F(T)$	tập điểm bất động của ánh xạ T
∂f	dưới vi phân của hàm lồi f
$\overline{M}$	bao đóng của tập hợp M
$d(a, M)$	khoảng cách tử phần tử a đến tập hợp M
$o(t)$	vô cùng bé bậc cao hơn t
$n_{[a,b]}$	số điểm chia cách đều trên đoạn $[a, b]$
$n_{\max}$	số bước lặp
tg	thời gian tính toán
err	sai số của nghiệm xấp xỉ so với nghiệm chính xác
$\mathrm{int}(C)$	phần trong của tập hợp C

Mở đầu

Nhiều bài toán trong các lĩnh vực toán học, vật lý và kinh tế dẫn đến bài toán tìm điểm bất động chung cho một họ các ánh xạ xác định. Các bài toán đó được gọi chung là bài toán điểm bất động. Chẳng hạn, bài toán tìm ảnh của ánh xạ chiếu mê tric trên các tập con lồi đóng $C_i, i \in I$ trong không gian Hilbert thực. Điểm bất động của bài toán này chính nghiệm của là bài toán chấp nhận lồi nổi tiếng tìm một điểm thuộc vào giao của các tập lồi đóng $C_i, i \in I$ trong không gian Hilbert thực. Do sự quan trọng của các bài toán này về cả khía cạnh thực hành và lý thuyết nên các thuật toán để tìm điểm bất động chung của các toán tử đã trở thành một lĩnh vực nghiên cứu rất phát triển trong lý thuyết điểm bất động. Ta biết rằng nếu $T : H \to H$ là một ánh xạ co thì luôn tồn tại duy nhất một điểm bất động của T. Tuy nhiên, nếu T là một ánh xạ không giãn thì điều này không còn đúng nên lớp bài toán điểm bất động của một ánh xạ không giãn và một họ các ánh xạ không giãn là một bài toán quan trọng đối với các nhà nghiên cứu toán học. Lí do vì bài toán này có nhiều ứng dụng thực tế như trong khôi phục và xử lý tín hiệu, phân phối băng thông, điều khiển năng lượng (xem chẳng hạn [19])...Cho đến nay đã có nhiều nhà toán học công bố nhiều kết quả hay và có ý nghĩa (xem chẳng hạn [24]–[27]) để tìm điểm bất động chung của một ánh xạ không giãn hoặc một họ các ánh xạ không giãn dựa trên việc cải biên, cải tiến những kết quả đã có của Mann [23], Halpern [15],.... Ở Việt Nam, bài toán điểm bất động của ánh xạ không giãn cũng là một đề tài nghiên cứu khá sôi nổi thu hút được nhiều nhà toán học nổi tiếng như Phạm Kỳ Anh, Nguyễn Bường, Nguyễn Thị Thu Thuỷ và nhiều tác giả trẻ như Đặng Văn Hiếu, Trương Minh Tuyên (xem

chẳng hạn [9], [21], [32] và một số tài liệu được trích dẫn trong đó). Những công bố của các tác giả Việt Nam và nước ngoài về những phương pháp giải bài toán điểm bất động đã làm phong phú thêm lý thuyết điểm bất động và đóng góp chung vào sự phát triển của lĩnh vực nghiên cứu này.

Mặc dù là một bài toán rất quan trọng nhưng bài toán điểm bất động của ánh xạ không giãn nằm trong lớp các bài toán đặt không chỉnh (nói chung) theo nghĩa nghiệm của bài toán không là duy nhất và nghiệm không phụ thuộc vào dữ kiện ban đầu. Việc xây dựng các phương pháp giải ổn định còn gọi là phương pháp hiệu chỉnh cho lớp bài toán đặt không chỉnh trong đó có bài toán điểm động của ánh xạ không giãn là một hướng nghiên cứu cần được quan tâm. Nói đến phương pháp hiệu chỉnh, thì phương pháp hiệu chỉnh Browder–Tikhonov được coi là phương pháp khá hiệu quả và đã được sử dụng để giải nhiều lớp bài toán đặt không chỉnh như bất đẳng thức biến phân , phương trình toán tử và bài toán điểm bất động (xem chẳng hạn [18], [32] và một số tài liệu được trích dẫn trong đó).

Trong luận văn này, dựa trên một số kết quả đã có về phương pháp hiệu chỉnh Browder–Tikhonov cho bất đẳng thức biến phân và bài toán điểm bất động chung của một họ vô hạn các ánh xạ không giãn, chúng tôi nghiên cứu và trình bày phương pháp hiệu chỉnh cho nửa nhóm không giãn trong không gian Hilbert. Ngoài phần mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo, nội dung chính của luận văn được trình bày trong hai chương: Chương 1 giới thiệu về bài toán đặt không chỉnh và bài toán điểm bất động cùng với một số kiến thức chuẩn bị quan trọng cho việc trình bày kết quả chính của luận văn liên quan đến một số tính chất hình học của không gian Hilbert và không gian Banach; ánh xạ không giãn và nửa nhóm ánh xạ không giãn; ánh xạ liên tục; ánh xạ đơn điệu, đơn điệu mạnh và ánh xạ ngược đơn điệu mạnh trong không gian Hilbert... Chương 2 dành để trình bày kết quả về phương pháp hiệu chỉnh Browder–Tikhonov, phương pháp hiệu chỉnh lặp cho nửa nhóm không giãn trong không gian Hilbert và ví dụ số minh họa cho hai phương pháp trên.

Chương 1
Bài toán đặt không chỉnh và bài toán điểm bất động

Chương này trình bày một số kiến thức chuẩn bị về không gian Hilbert, không gian Banach, ánh xạ không giãn và nửa nhóm ánh xạ không giãn. Đồng thời, chúng tôi cũng giới thiệu một cách ngắn gọn về bài toán đặt không chỉnh và bài toán điểm bất động. Mục 1.1 dành để giới thiệu về bài toán đặt không chỉnh và phương pháp hiệu chỉnh Browder-Tikhonov. Mục 1.2 giới thiệu bài toán điểm bất động của ánh xạ không giãn cùng với phương pháp lặp Mann [23], phương pháp lặp Halpern [15] để tìm điểm bất động của ánh xạ không giãn. Những kiến thức cơ bản đề cập trong chương này được tham khảo chủ yếu từ các tài liệu [1]-[4] và một số tài liệu khác có trích dẫn kèm.

1.1. Bài toán đặt không chỉnh và phương pháp hiệu chỉnh

Trong rất nhiều những bài toán nảy sinh từ thực tế, tồn tại một lớp các bài toán mà nghiệm của nó không ổn định theo nghĩa một thay đổi nhỏ của dữ liệu đầu vào sẽ dẫn đến những thay đổi lớn của dữ liệu đầu ra (nghiệm của bài toán), thậm chí còn làm cho bài toán trở nên vô nghiệm. Có thể nói rằng, lớp các bài toán nói trên có nghiệm không phụ thuộc vào dữ kiện ban đầu và nó là một trường hợp riêng của lớp các bài toán đặt không chỉnh. Trong mục này, chúng tôi đề cập đến khái niệm bài toán đặt không chỉnh dưới dạng phương trình toán tử, cùng với phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov cho lớp bài toán này.